

## **Technische Festigkeiten der Pannonia Pappel (*Populus x euramericana* cv. Pannonia) und der Zerreiche (*Quercus cerris* L.)**

József SZALAI\*

Institut für Technische Mechanik und Tragwerke, Westungarische Universität, Sopron, Ungarn

**Zusammenfassung** – Im Institut für Technische Mechanik und Tragwerke der Westungarischen Universität wurde – durch die Unterstützung von OTKA (T 34107) (Ungarischer Förderungsfonds der Wissenschaftlichen Forschung) – seit mehreren Jahren eine theoretische und experimentelle Untersuchung durchgeführt. Im Rahmen dieser Untersuchung werden die Grundlagen der statischen Bemessung von Holzkonstruktionselementen ausgearbeitet und jene Materialkonstanten für verschiedene Holzarten experimentell ermittelt, welche für eine theoretisch einwandfreie statische Bemessung benötigt werden.

Bei der Bemessung von lasttragenden Holzkonstruktionen – besonders dann, wenn im geprüften Punkt ein zusammengesetzter Spannungszustand herrscht – braucht man eine anisotrope Festigkeitshypothese. Diese Festigkeitskriterien sind mathematisch gesehen Polynome, in deren Gleichungen die Koeffizienten materialabhängige Größen sind. In diesem Artikel werden die Komponenten des Festigkeitstensors und die sogenannten technischen Festigkeiten für die Pannonia Pappel und Zerreiche zusammengefasst. Es handelt sich dabei um Laubhölzer, die bei Neuaufforstungen im Rahmen der Umstrukturierung der ungarischen Land- und Forstwirtschaft bevorzugt zur Anpflanzung gelangen sollen.

**Festigkeits-theorie / Festigkeitsoberfläche / technische Festigkeiten / statische Bemessung / Pannonia Pappel / Zerreiche**

**Kivonat** – A pannónia nyár (*Populus x euramericana* cv. Pannonia) és a csertölgy (*Quercus cerris* L.) **technikai szilárdságai**. Teherviselő faszerkezetek méretezésekor – különösen, ha a vizsgált elem kritikus pontjaiban összetett feszültségi állapot uralkodik – az anizotrop anyagok valamelyik tönkremeneteli elméletét kell alkalmazni. Ezek a tönkremeneteli kritériumon matematikai szempontból polinomok, melyekben az együtthatók anyagjellemzők, illetve azok függvénye. E cikkben a Pannónia nyár és a csertölgy faanyag technikai szilárdságait és az ezek alapján számított szilárdsági tenzor-komponenseket mutatjuk be.

**tönkremeneteli elmélet / technikai szilárdságok / erőtani méretezés / Pannónia nyár / csertölgy**

---

\* jkszalai@fmk.nyme.hu; H-9401 SOPRON, Pf. 132

## 1 EINLEITUNG

Für die Beschreibung der Festigkeit von anisotropen Stoffen gibt es mehrere Hypothesen, deren Vor- und Nachteile in der Arbeit von J. Szalai (1995) ausführlich diskutiert wurden. Auf Grund der theoretischen und experimentellen Untersuchungen erwies sich für das Holz als am geeignetsten die Theorie von E.K. Ashkenasi (1966, 1978). Über die Theorie und Verwendung dieser Festigkeitshypothese, über die Methode der Bemessung auf Grund der zugelassenen Spannungen und der Grenzspannungen wurde auf den Seiten nachstehender Zeitschriften unlängst zusammenfassend berichtet (J. Szalai 1990, 1994, 1995, 1996, 1997).

Die Verwendung des Ashkenasi'schen Festigkeitskriteriums ist nur dann möglich, wenn die technischen Festigkeiten der einzelnen Holzarten bekannt sind. Und zwar bekannt auf einem von der Praxis annehmbaren Sicherheitsniveau. Theoretisch benötigt man 27 verschiedene technische Festigkeiten, deren experimentelle Ermittlung teuer und meistens kompliziert ist. Die Festigkeitshypothese ist aber auch dann mit für die Praxis ausreichender Genauigkeit zu verwenden, wenn ein Minimalsystem der technischen Festigkeiten bekannt ist. Diese sind die Zug- und Druckfestigkeiten in den anatomischen Hauptrichtungen und in den Richtungen der Winkelhalbierenden der anatomischen Hauptachsen:

$$\left. \begin{aligned} & f_L^+, f_L^-, f_R^+, f_R^-, f_T^+, f_T^-, \\ & f_{LR}^{T(45)+}, f_{LR}^{T(45)-}, f_{LT}^{R(45)+}, f_{LT}^{R(45)-}, f_{RT}^{L(45)+}, f_{RT}^{L(45)-} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

wobei

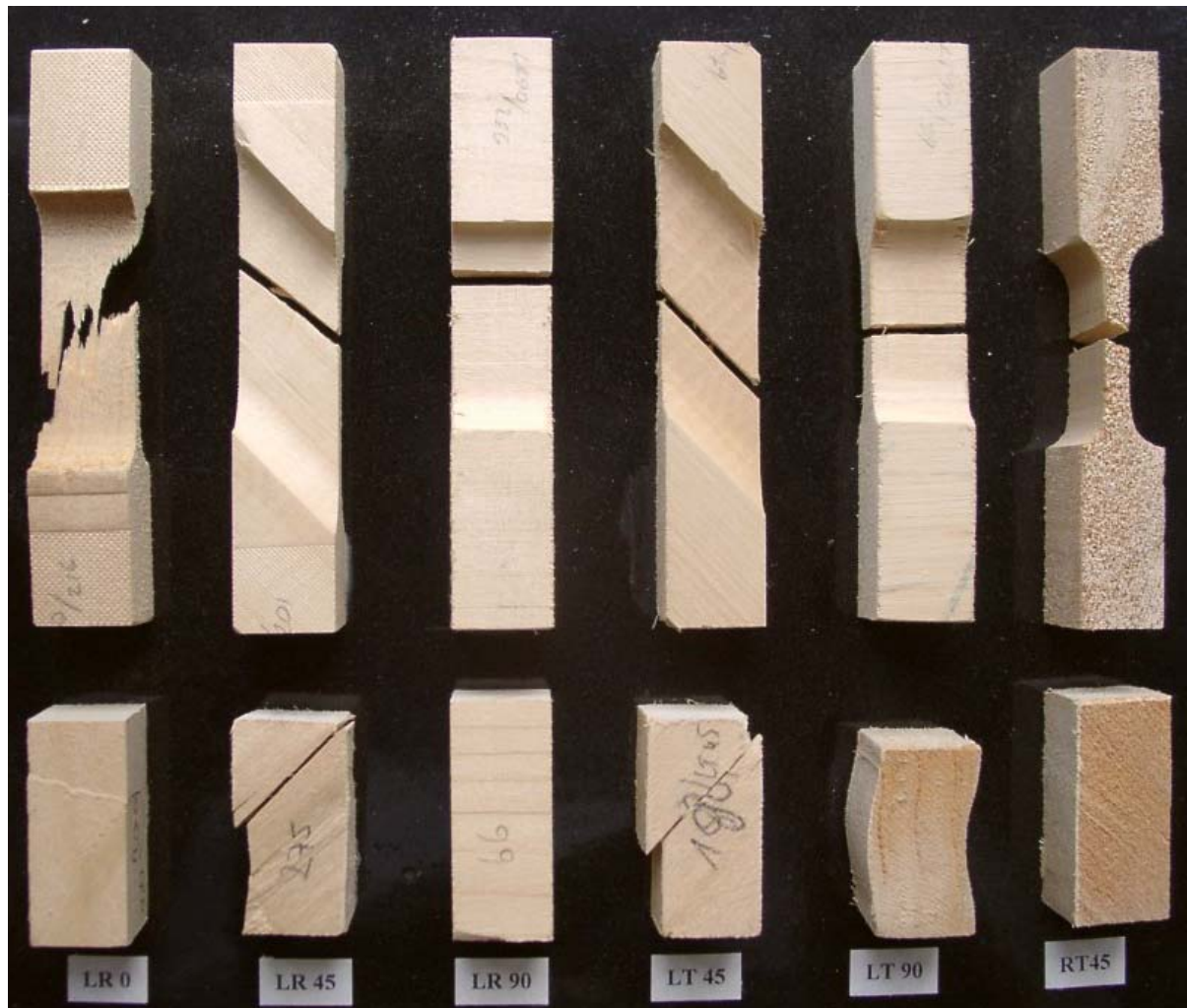
- L – die Längs- bzw. die Faserrichtung,
- R – die radiale Richtung,
- T – die tangentielle Richtung bedeuten.

In Kenntnis der 12 Normalfestigkeiten sind die zu den Hauptebenen gehörenden Scherfestigkeiten auf Grund der Ashkenasi'schen Festigkeitstheorie rechnerisch zu bestimmen (E.K. Ashkenasi 1978, J. Szalai 1992, 1994). Somit stehen 15 Materialkennzeichen zur Verfügung. Die mit diesen technischen Festigkeiten berechneten Komponenten des Ashkenasi'schen Festigkeitstensors können in einer Matrix  $T_{ij}$  gefasst werden, wie die Formel (2) zeigt. Diese Matrixenelemente beschreiben das Festigkeitsverhalten am genauesten, wenn  $\sigma^{LL} \geq 0$ ,  $\sigma^{RR} \geq 0$  und  $\sigma^{TT} \geq 0$  sind. Die Tensorkomponenten sollen immer mit der Verwendung jener technischen Festigkeiten berechnet werden, welche dem Vorzeichen der Normalspannungen des tatsächlichen Spannungszustandes entsprechen (im Falle der Scherfestigkeiten müssen die Vorzeichen nicht in Betracht gezogen werden):

$$T_{ij} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & \frac{1}{f_L^*} & \frac{1}{2} \left( \frac{4}{f_{LR}^{T(45)+}} \frac{1}{f_L^+} \frac{1}{f_R^+} \frac{1}{t_{RL}} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{4}{f_{LT}^{R(45)+}} \frac{1}{f_L^+} \frac{1}{f_T^+} \frac{1}{t_{TL}} \right) & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{1}{2} \left( \frac{4}{f_{LR}^{T(45)+}} \frac{1}{f_L^+} \frac{1}{f_R^+} \frac{1}{t_{RL}} \right) & & \frac{1}{f_R^+} & \frac{1}{2} \left( \frac{4}{f_{RT}^{L(45)+}} \frac{1}{f_R^+} \frac{1}{f_T^+} \frac{1}{t_{RT}} \right) & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{1}{2} \left( \frac{4}{f_{LT}^{R(45)+}} \frac{1}{f_L^+} \frac{1}{f_T^+} \frac{1}{t_{TL}} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{4}{f_{RT}^{L(45)+}} \frac{1}{f_R^+} \frac{1}{f_T^+} \frac{1}{t_{RT}} \right) & & \frac{1}{f_T^+} & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{t_{RT}} & 0 & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{t_{TL}} & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{t_{LR}} \\ \hline \end{array} \quad (2)$$

## 2 TECHNISCHE FESTIGKEITEN UND FESTIGKEITSTENSOREN

Im *Bild 1* werden die realen Probenkörper verschiedener Orientierung der Pannonia Pappel und ihre charakteristischen Bruchbilder gezeigt.



*Bild 1. Probenkörper aus Pannonia Pappel bei sechs verschiedenen Orientierungen für Zug- und Druckbeanspruchung und ihre charakteristischen Bruchbilder*

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen für die Pannonia Pappel und Zerreiche wurden in der *Tabelle 1 und 2* zusammengefasst. Für die statistische Auswertung wurden die Arbeiten von W. Weibull (1939), T.A. Kontorova – J.L. Frenkel (1941), J. Korda, (1972) und E. Mistéth (1974, 1977) verwendet. *Tabelle 3* zeigt die Charakteristika der zu den anatomischen Hauptebenen gehörenden Scherfestigkeiten. Diese Scherfestigkeiten wurden durch eine indirekte Methode mit den statistischen Werten der Normalfestigkeiten berechnet. Dieses Verfahren ermöglicht auch die Bestimmung der statistischen Charakteristika der Scherfestigkeiten.

Tabelle 1. Statistische Charakteristiken der Zug- und Druckfestigkeiten der Pannonia Pappel

Dichte im Darrzustand: 0,34 g/ccm

Feuchtigkeitsgehalt: 12%

|                                 | Beanspruchung: Zug   |              |              |              |           |              |       |
|---------------------------------|----------------------|--------------|--------------|--------------|-----------|--------------|-------|
|                                 | LR0                  | LR45         | LR90         | LT45         | LT90      | RT45         |       |
| Umfang der Probe                | 300                  | 300          | 300          | 296          | 300       | 300          | Stück |
| Mittelwert                      | 82,24                | 7,86         | 6,32         | 8,76         | 4,18      | 4,78         | MPa   |
| Standardabweichung              | 18,69                | 1,67         | 1,00         | 1,39         | 0,42      | 0,54         | MPa   |
| Varianz                         | 0,23                 | 0,21         | 0,16         | 0,16         | 0,10      | 0,11         | %     |
| Schiefe                         | 1,00                 | 1,38         | -0,17        | 0,92         | 1,09      | 0,02         | -     |
| Kurtosis                        | 1,29                 | 0,87         | 0,52         | 0,73         | 0,22      | 0,28         | -     |
| Art der Verteilung              | Pearson III.         | Pearson III. | Pearson III. | lognormal    | Weibull   | Pearson III. | -     |
| Niveau der Signifikanz          | 2,22                 | 9,04         | 91,85        | 76,42        | 0,51      | 58,52        | %     |
| Normativwert (5%)               | 57,63                | 5,63         | 4,74         | 5,57         | 3,48      | 3,95         | MPa   |
| Untere Grenze ( $\gamma=0,99$ ) | 53,91                | 5,30         | 4,66         | 5,12         | 3,45      | 3,90         | MPa   |
| Obere Grenze ( $\gamma=0,99$ )  | 61,36                | 5,96         | 4,82         | 6,01         | 3,50      | 4,01         | MPa   |
| Grenzwert (0,1%):               | 48,89                | 4,78         | 3,54         | 5,57         | 3,00      | 3,40         | MPa   |
| Untere Grenze ( $\gamma=0,99$ ) | 43,03                | 4,25         | 3,32         | 5,12         | 2,92      | 3,27         | MPa   |
| Obere Grenze ( $\gamma=0,99$ )  | 54,75                | 5,32         | 3,76         | 6,01         | 3,08      | 3,53         | MPa   |
|                                 | Beanspruchung: Druck |              |              |              |           |              |       |
|                                 | LR0                  | LR45         | LR90         | LT45         | LT90      | RT45         |       |
| Umfang der Probe                | 300                  | 300          | 300          | 300          | 300       | 297          | Stück |
| Mittelwert                      | 34,45                | 8,72         | 4,37         | 6,32         | 3,04      | 3            | MPa   |
| Standardabweichung              | 2,69                 | 1,2          | 0,65         | 1            | 0,31      | 0,38         | MPa   |
| Varianz                         | 7,82                 | 13,72        | 14,75        | 15,82        | 10,22     | 12,57        | %     |
| Schiefe                         | -0,87                | -0,40        | 0,63         | 0,22         | 0,70      | 1,11         | -     |
| Kurtosis                        | 1,31                 | 0,67         | -0,13        | -0,17        | 2,98      | 2,31         | -     |
| Art der Verteilung              | Weibull              | normal       | Weibull      | Pearson III. | lognormal | Weibull      | -     |
| Niveau der Signifikanz          | 0,002                | 0,12         | 51,72        | 61,66        | 0,001     | 0,77         | %     |
| Normativwert (5%):              | 29,48                | 6,75         | 3,45         | 4,74         | 2,59      | 2,54         | MPa   |
| Untere Grenze ( $\gamma=0,99$ ) | 29,23                | 6,51         | 3,37         | 4,66         | 2,53      | 2,45         | MPa   |
| Obere Grenze ( $\gamma=0,99$ )  | 29,72                | 7,00         | 3,53         | 4,83         | 2,66      | 2,62         | MPa   |
| Grenzwert (0,1%)                | 22,61                | 5,02         | 3,18         | 3,54         | 2,34      | 2,46         | MPa   |
| Untere Grenze ( $\gamma=0,99$ ) | 22,48                | 4,64         | 3,06         | 3,32         | 2,21      | 2,36         | MPa   |
| Obere Grenze ( $\gamma=0,99$ )  | 22,75                | 5,41         | 3,30         | 3,76         | 2,47      | 2,57         | MPa   |

Tabelle 2. Statistische Charakteristiken der Zug- und Druckfestigkeiten der Zerreiche

Dichte im Darrzustand: 0,76 g/ccm

Feuchtigkeitsgehalt: 12%

|                                 | Beanspruchung: Zug   |         |         |              |         |         |       |
|---------------------------------|----------------------|---------|---------|--------------|---------|---------|-------|
|                                 | LR0                  | LR45    | LR90    | LT45         | LT90    | RT45    |       |
| Umfang der Probe                | 300                  | 300     | 226     | 300          | 300     | 286     | Stück |
| Mittelwert                      | 72,24                | 20,65   | 13,72   | 21,94        | 9,85    | 10,93   | MPa   |
| Standardabweichung              | 10,72                | 3,05    | 1,59    | 4,27         | 1,4     | 1,56    | MPa   |
| Varianz                         | 0,15                 | 0,15    | 0,14    | 0,2          | 0,14    | 0,14    | %     |
| Schiefe                         | -1,41                | -0,54   | -0,25   | -0,63        | -0,21   | -1,41   | -     |
| Kurtosis                        | 5,48                 | 0,53    | 0,37    | 0,35         | -0,41   | 3,64    | -     |
| Art der Verteilung              | Weibull              | Weibull | Weibull | Weibull      | normal  | Weibull | -     |
| Niveau der Signifikanz          | 24,30                | 28,00   | 9,15    | 37,94        | 0,940   | 0,03    | %     |
| Normativwert (5%):              | 52,24                | 15,15   | 10,43   | 14,17        | 7,44    | 8,03    | MPa   |
| Untere Grenze ( $\gamma=0,99$ ) | 48,74                | 15,10   | 10,37   | 14,03        | 7,39    | 7,58    | MPa   |
| Obere Grenze ( $\gamma=0,99$ )  | 55,73                | 15,20   | 10,50   | 14,31        | 7,48    | 8,47    | MPa   |
| Grenzwert (0,1%)                | 19,38                | 9,25    | 7,73    | 5,21         | 5,53    | 3,25    | MPa   |
| Untere Grenze ( $\gamma=0,99$ ) | 4,96                 | 9,02    | 7,42    | 5,02         | 5,36    | 2,48    | MPa   |
| Obere Grenze ( $\gamma=0,99$ )  | 25,37                | 9,48    | 8,04    | 5,41         | 5,70    | 4,02    | MPa   |
|                                 | Beanspruchung: Druck |         |         |              |         |         |       |
|                                 | LR0                  | LR45    | LR90    | LT45         | LT90    | RT45    |       |
| Umfang der Probe                | 300                  | 298     | 300     | 216          | 300     | 300     | Stück |
| Mittelwert                      | 51,97                | 22,92   | 14,67   | 21,36        | 10,02   | 10,94   | MPa   |
| Standardabweichung              | 6,82                 | 3,26    | 1,75    | 3,11         | 0,95    | 1,21    | MPa   |
| Varianz                         | 13,13                | 14,23   | 11,90   | 14,55        | 9,43    | 11,03   | %     |
| Schiefe                         | 0,47                 | -0,42   | -0,34   | 0,89         | -1,21   | -0,11   | -     |
| Kurtosis                        | -0,26                | 1,04    | 0,49    | 1,63         | 2,31    | 0,22    | -     |
| Art der Verteilung              | Pearson III.         | normal  | Weibull | Pearson III. | Weibull | Weibull | -     |
| Niveau der Signifikanz          | 9,67                 | 0,00    | 23,71   | 50,3         | 0,006   | 8,06    | %     |
| Normativwert (5%)               | 41,73                | 17,55   | 11,60   | 17,15        | 8,26    | 8,89    | MPa   |
| Untere Grenze ( $\gamma=0,99$ ) | 41,00                | 16,88   | 11,57   | 16,41        | 8,07    | 8,83    | MPa   |
| Obere Grenze ( $\gamma=0,99$ )  | 42,45                | 18,23   | 11,63   | 17,88        | 8,44    | 8,95    | MPa   |
| Grenzwert (0,1%)                | 35,36                | 12,85   | 8,85    | 15,43        | 5,36    | 7,43    | MPa   |
| Untere Grenze ( $\gamma=0,99$ ) | 33,76                | 11,79   | 8,63    | 14,21        | 5,09    | 7,24    | MPa   |
| Obere Grenze ( $\gamma=0,99$ )  | 36,88                | 13,90   | 9,07    | 16,65        | 5,63    | 7,62    | MPa   |

Tabelle 3. Charakteristiken der zu den anatomischen Hauptebenen gehörenden Scherfestigkeiten der Pannonia Pappel und der Zerreiche

| <i>Scherfestigkeit</i>          |     | Pannonia Pappel |              |              | Zerreiche    |              |              |
|---------------------------------|-----|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|                                 |     | LR Ebene        | LT Ebene     | RT Ebene     | LR Ebene     | LT Ebene     | RT Ebene     |
| Mittelwert                      | MPa | 9,32            | 8,50         | 2,02         | 20,58        | 16,85        | 5,82         |
| Standardabweichung              | MPa | 4,01            | 2,16         | 0,58         | 5,07         | 2,66         | 1,15         |
| Varianz                         | %   | 42,99           | 25,39        | 28,78        | 24,64        | 15,82        | 19,76        |
| Schiefe                         | -   | 0,28            | 0,06         | 0,04         | 0,12         | 0,46         | 0,24         |
| Kurtosis                        | -   | -               | -            | -            | -            | -            | -            |
| Art der Verteilung              | -   | Pearson III.    | Pearson III. | Pearson III. | Pearson III. | Pearson III. | Pearson III. |
| Niveau der Signifikanz          | %   | -               | -            | -            | -            | -            | -            |
| Normativwert (5%)               | MPa | 3,06            | 4,67         | 0,95         | 12,42        | 12,84        | 4,01         |
| Untere Grenze ( $\gamma=0,99$ ) | MPa | 2,67            | 4,49         | 0,90         | 12,03        | 12,51        | 3,91         |
| Obere Grenze ( $\gamma=0,99$ )  | MPa | 3,45            | 4,85         | 1,00         | 12,81        | 13,17        | 4,12         |
| Grenzwert (0,1%)                | MPa | -1,51           | 1,73         | 0,15         | 5,77         | 10,33        | 2,66         |
| Untere Grenze ( $\gamma=0,99$ ) | MPa | -2,47           | 1,25         | 0,02         | 4,67         | 9,62         | 2,39         |
| Obere Grenze ( $\gamma=0,99$ )  | MPa | -0,55           | 2,20         | 0,28         | 6,87         | 11,03        | 2,93         |
| <i>Pearson III. Verteilung</i>  |     |                 |              |              |              |              |              |
| x0                              | MPa | -19,78          | -62,76       | -24,93       | -64,37       | 5,35         | -3,60        |
| lambda(p)                       | -   | 1,81            | 15,28        | 79,51        | 3,30         | 1,62         | 7,12         |
| r(p)                            | -   | 52,71           | 1089,16      | 2143,16      | 280,51       | 18,61        | 67,10        |
| Mittelwert                      | MPa | 9,32            | 8,51         | 2,02         | 20,58        | 16,85        | 5,83         |
| Standardabweichung              | MPa | 4,01            | 2,16         | 0,58         | 5,07         | 2,67         | 1,15         |
| Varianz                         | -   | 0,43            | 0,25         | 0,29         | 0,25         | 0,16         | 0,20         |
| Schiefe                         | -   | 0,28            | 0,06         | 0,04         | 0,12         | 0,46         | 0,24         |
| Kurtosis                        | -   | 0,11            | 0,01         | 0,00         | 0,02         | 0,32         | 0,09         |
| <i>Weibull Verteilung</i>       |     |                 |              |              |              |              |              |
| x0                              | MPa | -0,718          | 1,92         | 0,22         | 5,98         | 11,11        | 2,87         |
| lambda(p)                       | -   | 0,09            | 0,14         | 0,50         | 0,06         | 0,15         | 0,30         |
| r(p)                            | -   | 2,70            | 3,36         | 3,43         | 3,16         | 2,28         | 2,78         |
| Mittelwert                      | MPa | 9,32            | 8,51         | 2,02         | 20,58        | 16,85        | 5,83         |
| Standardabweichung              | MPa | 4,01            | 2,16         | 0,58         | 5,07         | 2,67         | 1,15         |
| Varianz                         | -   | 0,43            | 0,25         | 0,29         | 0,25         | 0,16         | 0,20         |
| Schiefe                         | -   | 0,28            | 0,06         | 0,04         | 0,12         | 0,46         | 0,25         |
| Kurtosis                        | -   | -0,21           | -0,29        | -0,29        | -0,28        | -0,02        | -0,23        |

Die in den Tabellen befindlichen Daten (Mittelwert, Standardabweichung, Varianz, Schiefe, Kurtosis) entsprechen den wohlbekanntesten statistischen Parametern. Die unteren und oberen Grenzen der 5% und 0,1% Fraktile bedeuten, dass die Normativwerte und die Grenzwerte mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% (Konfidenzzahl  $\gamma = 0,99$ ) in dieses Intervall fallen.

Auf Grund der Tabelle 1 und 2 können die Matrizen verschiedener Wahrscheinlichkeitsniveaus wie folgt zusammengestellt werden.

*Der Ashkenasi'sche Festigkeitstensor der Pannonia Pappel*

- mit der Verwendung der Mittelwerte, wenn alle Normalspannungen des wirkenden Spannungszustandes positiv sind:

$$T_{ij(\text{Mittelwert})} = \begin{bmatrix} 0,01216 & 0,10230 & 0,04034 & 0 & 0 & 0 \\ 0,10230 & 0,15820 & -0,03223 & 0 & 0 & 0 \\ 0,04034 & -0,03223 & 0,23915 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,50429 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,12444 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,13386 \end{bmatrix}, [1/\text{MPa}] \quad (3)$$

- mit der Verwendung der Mittelwerte, wenn alle Normalspannungen des wirkenden Spannungszustandes negativ sind:

$$T_{ij(\text{Mittelwert})} = \begin{bmatrix} 0,02903 & 0,03350 & 0,07525 & 0 & 0 & 0 \\ 0,03350 & 0,06944 & 0,13563 & 0 & 0 & 0 \\ 0,07525 & 0,13563 & 0,32895 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,50429 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,12444 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,13386 \end{bmatrix} \cdot [1/\text{MPa}] \quad (4)$$

*Der Ashkenasi'sche Festigkeitstensor der Zerreiche*

- mit der Verwendung der Mittelwerte, wenn alle Normalspannungen des wirkenden Spannungszustandes positiv sind:

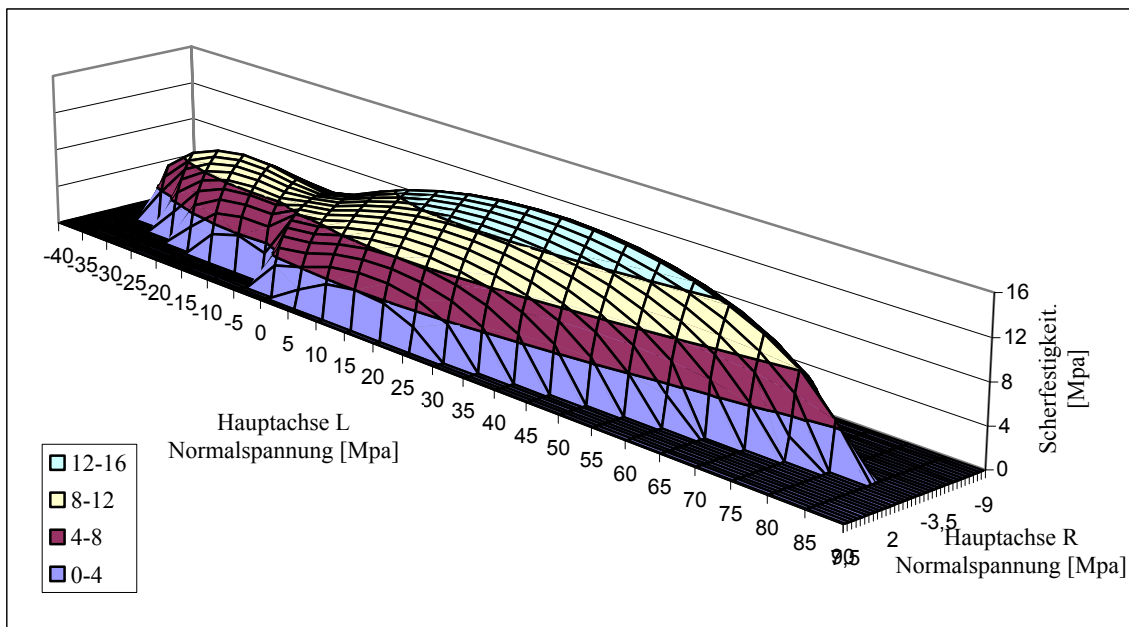
$$T_{ij(\text{Mittelwert})} = \begin{bmatrix} 0,01384 & 0,01773 & 0,00208 & 0 & 0 & 0 \\ 0,01773 & 0,07289 & -0,00449 & 0 & 0 & 0 \\ 0,00208 & -0,00449 & 0,28818 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,20054 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,06274 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,07152 \end{bmatrix}, [1/\text{MPa}] \quad (5)$$

- mit der Verwendung der Mittelwerte, wenn alle Normalspannungen des wirkenden Spannungszustandes negativ sind:

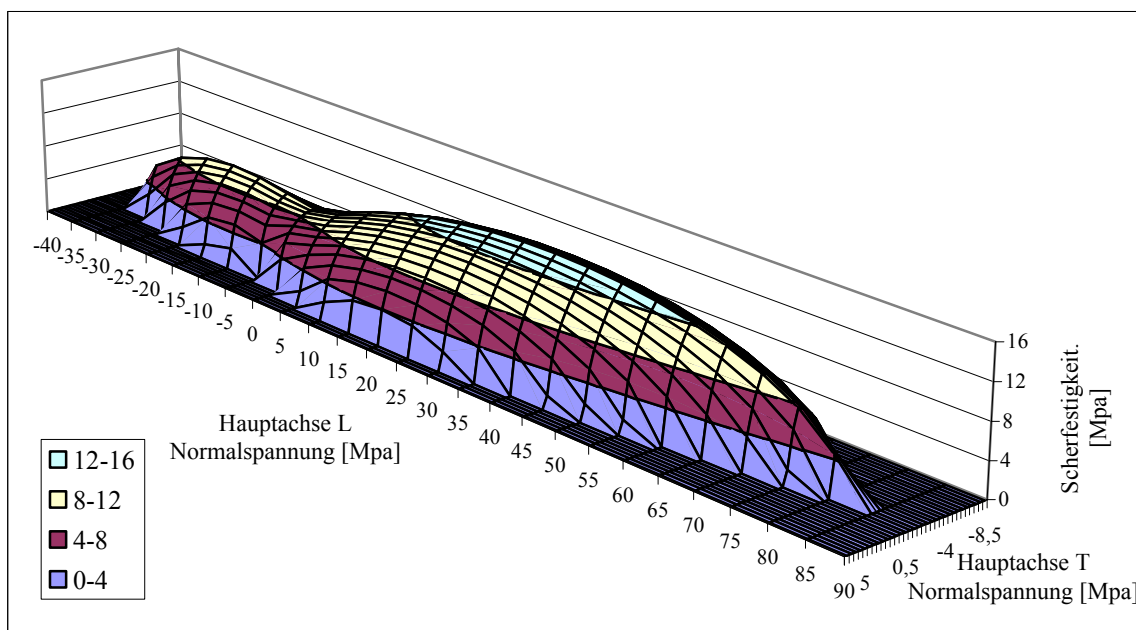
$$T_{ij(\text{Mittelwert})} = \begin{bmatrix} 0,01924 & 0,00780 & 0,00272 & 0 & 0 & 0 \\ 0,00780 & 0,06817 & -0,00144 & 0 & 0 & 0 \\ 0,00272 & -0,00144 & 0,09980 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,20054 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,06279 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,07152 \end{bmatrix} \cdot [1/\text{MPa}] \quad (6)$$

Verwendet man für die Berechnung die normativen Werte oder die 0,1 % Fraktilwerte, so ergeben sich die Komponenten des zugelassenen Spannungstensors bzw. des Grenzspannungstensors.

In den *Bildern 2 bis 7* wurden die Festigkeitsoberflächen der Mittelwerte für jene Fälle dargestellt, wenn im Koordinatensystem der anatomischen Hauptrichtungen ein ebener Spannungszustand herrscht. Diese Oberflächen können ebenso auch mit den zusammengehörenden Fraktilwerten dargestellt werden. So spricht man über eine zugelassene Spannungsoberfläche oder eine Grenzspannungsoberfläche usw. Mit Hilfe der Festigkeitsoberflächen kann das Prinzip der Bemessung effektiv veranschaulicht werden. Liegt der Spannungspunkt im gewählten Koordinatensystem unterhalb der Festigkeitsoberfläche, so erfolgt kein Versagen des Materials im untersuchten Punkt.



*Bild 2. Festigkeitsoberfläche der Pannonia Pappel in der Hauptebene L-R*



*Bild 3. Festigkeitsoberfläche der Pannonia Pappel in der Hauptebene L-T*



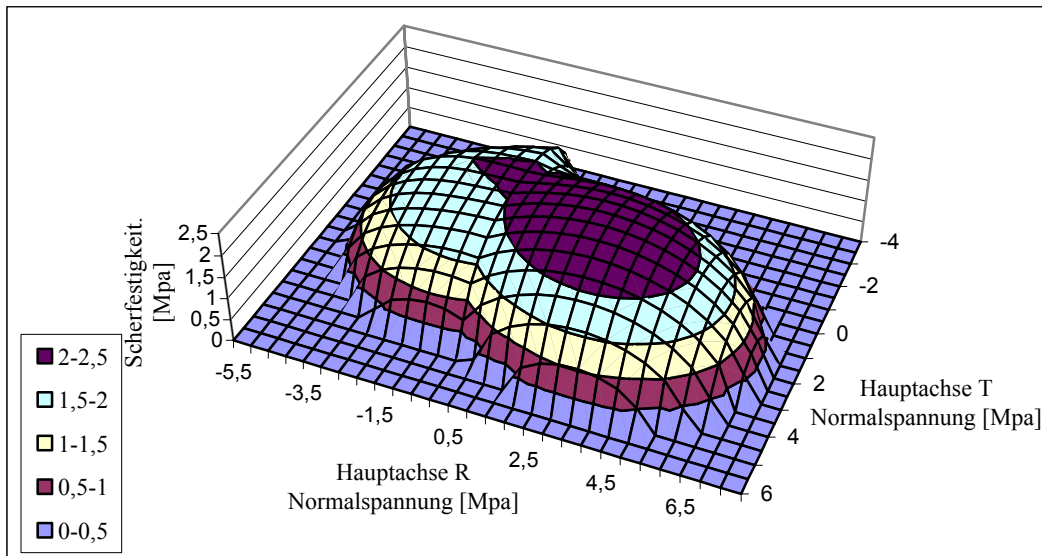


Bild 4. Festigkeitsoberfläche der Pannonia Pappel in der Hauptebene R-T

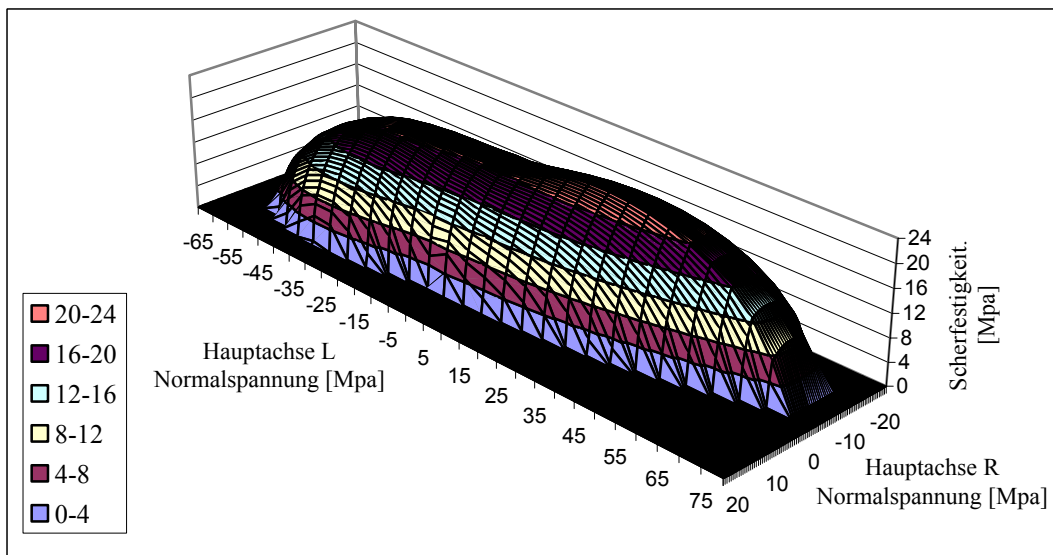


Bild 5. Festigkeitsoberfläche der Zerreiche in der Hauptebene L-R

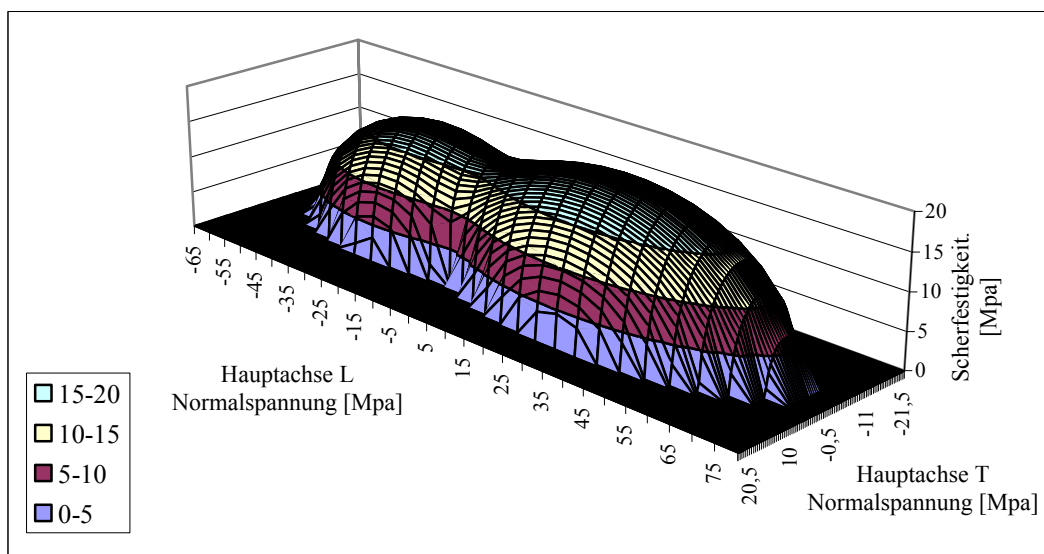


Bild 6. Festigkeitsoberfläche der Zerreiche in der Hauptebene L-T

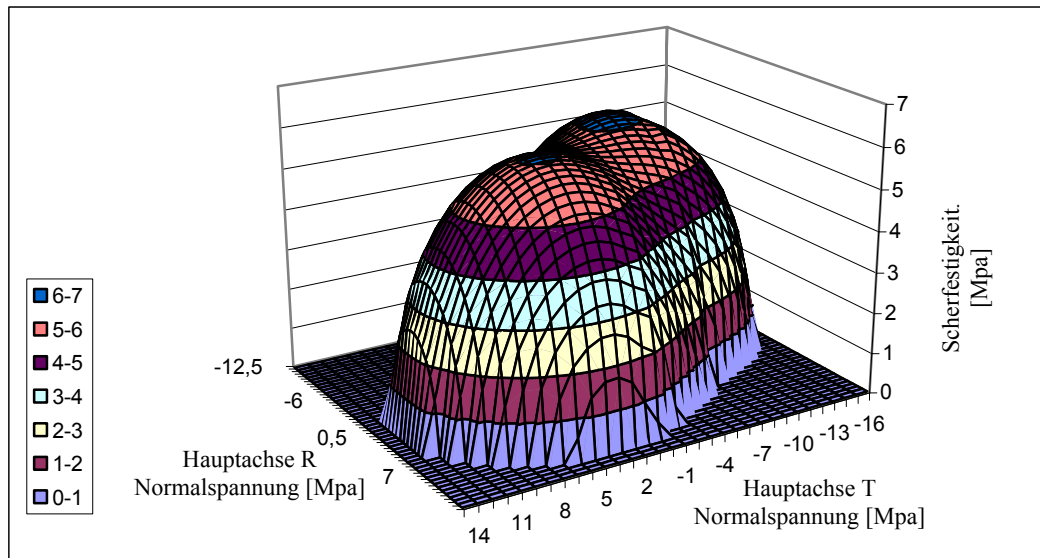


Bild 7. Festigkeitsoberfläche der Zerreiche in der Hauptebene R-T

### 3 SCHLUSSBEMERKUNGEN

Auf Grund der Tabellen 1, 2 und 3 können wir feststellen, dass die Anzahl der Elemente einer Stichprobe um 300 Stück gerade noch annehmbar ist. Das wird von dem Signifikanzniveau bewiesen, welche für die Anpassung der Verteilungsfunktionen bestimmt wurde. Die kleineren Signifikanzwerte weisen auf ein grundsätzliches Problem hin. Die Vielfältigkeit, die natürliche Streuung der physikalisch-mechanischen Eigenschaften einer Holzart ermöglicht es nicht, dass nur eine begrenzte Stichprobe untersucht wird. Bei größerer Anzahl der Proben braucht man aber mehrere Stämme (selbst für 300 Probenkörper reicht ein einziger Stamm meistens nicht aus und es treten sogar innerhalb eines Stammes größere Abweichungen auf), was wiederum eine größere Streuung verursacht.

Laut J. Korda (1972) und E. Mistéth (1974, 1977) hat die Verteilungsfunktion von zähen (plastischen) Stoffen eine positive, laut W. Weibull (1939) und T.A Kontorova – J.I. Frenkel (1941) jene von spröden Stoffen eine negative Schiefe.

Von 12 Stichproben folgen bei der Pannonia Pappel vier der Weibull Verteilung, sie haben also eine negative Schiefe. Die übrigen haben eine Normal-, Lognormal-, oder hauptsächlich Pearson III. Verteilung. Auf Grund der Verteilungen kann nicht eindeutig darauf geschlossen werden, dass sich die Pannonia Pappel als ein spröder Stoff verhält. Erfahrungsgemäß ist aber die Art des Bruches auch bei der Pannonia Pappel spröde. Der Widerspruch weist darauf hin, dass die Zahl der Elemente der Stichprobe immer noch zu klein ist.

Von 12 Stichproben bei der Zerreiche folgen acht der Weibull Verteilung, sie haben eine negative Schiefe. Nur eine Probe weist eine positive Schiefe auf (zwei sind normalverteilt. Dieses Verhältnis entspricht besser unserer Vorstellung und Erfahrung, dass nämlich die Zerreiche bei jeder Beanspruchung einen spröden Bruch aufweist.

**Danksagung:** Die Arbeit wurde durch den Ungarischen Förderungsfonds der Wissenschaftlichen Forschung (OTKA T 34107) gefördert, wofür an dieser Stelle gedankt sei.

## LITERATUR

- ASHKENASI, E.K. (1966): Festigkeit von Holz und synthetischen Werkstoffen (auf Russisch). Lesnaja Promyslennost', Moskau. 165 S.
- ASHKENASI, E.K. (1978): Anisotropie von Holz und Holzwerkstoffen (auf Russisch). Lesnaja Promyslennost'. Moskau. 220 S.
- KONTOROVA, T.A. – FRENKEL, J.I. (1941): Statistische Theorie der spröden Festigkeit von realen Kristallen (auf Russisch). Zurnal Techn. Fiz. T11. No. 3.
- KORDA, J. (1972): Viszkoplasztikus anyagok húzó- és nyomószilárdságának valószínűségelméleti megítélése. Mélyépítéstudományi Szemle. 1972/4.
- MISTÉTH, E. (1974): Erőtani méretezés valószínűségelméleti alapon. ÉMI kiadványsorozata, 23. szám. ÉTK 1974. 195 S.
- MISTÉTH, E. (1977): Többcélú létesítmények gazdaságos méretezésének alapelvei a valószínűségelmélet alkalmazásával. Doktori értekezés. Budapest. 214 S.
- SZALAI, J. (1990): A természetes faanyag anizotrop szilárdsági kritériumainak összehasonlítása alkalmazhatóságuk szempontjából. Építés-, Építészettudomány. XXI/1-4.: 23-57.
- SZALAI, J. (1992): Indirekte Bestimmung der Scherfestigkeiten des Holzes mit Hilfe der anisotropen Festigkeitstheorie. Holz als Roh- und Werkstoff 50: 233-238.
- SZALAI, J. (1994): A természetes faanyag és faalapú anyagok szilárdsági viselkedésének jellemzői, tönkremeneteli feltételének megfogalmazása. Közlekedésépítés- és Mélyépítéstudományi Szemle. XLIV/4: 123-130.
- SZALAI, J. (1994): A természetes faanyag és faalapú anyagok nyírószilárdságának anizotróp szilárdsági kritériumon alapuló közvetett meghatározása. Közlekedésépítés- és Mélyépítéstudományi Szemle. XLIV/7: 275-283.
- SZALAI, J. (1994): A faanyag és faalapú anyagok erőtani méretezése összetett feszültségi állapot esetén. Építés-, Építészettudomány. XXIV/3-4. 215-223.
- SZALAI, J. (1995): A faanyag és faalapú anyagok anizotrop rugalmasság- és szilárdságtana. I. rész: A mechanikai tulajdonságok anizotrópiája. Hillebrand Nyomda Kft. Sopron. 398 S.
- SZALAI, J. (1996): Az erdei fenyő (*Pinus silvestris*) technikai szilárdságai. Bútor & Faipar. II/6-7: 14-15.
- SZALAI, J. (1996): Teherviselésre alkalmas (hazai) fafajok faanyagának szilárdsági tenzorában szereplő komponenseinek számításához szükséges technikai szilárdságok kísérleti meghatározása. OTKA (T 4434) Zárójelentés. Kutatási időszak: 1992-1996. Sopron. 261 S.
- SZALAI, J. (1997): Technische Festigkeiten des Buchenholzes (*Fagus silvatica*). Drevársky Vyskum. 42(3): 1-13.
- WEIBULL, W. (1939): A Statistical theory of the strength of materials. Proc. Roy. Swedish Inst. Eng. Ros. Stockholm. No. 2. 151 S.

